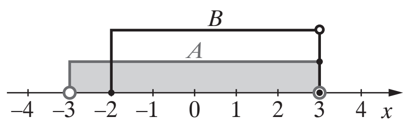
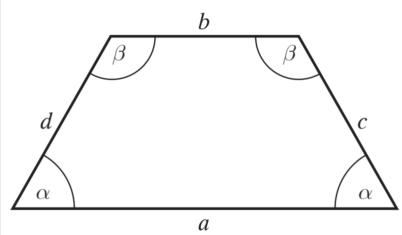
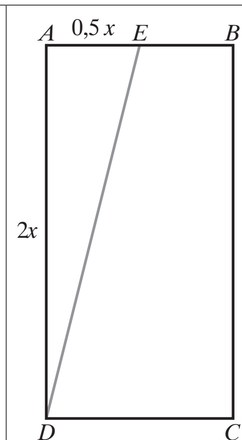
KRYTERIA OCENIANIA ODPOWIEDZI
Próbna Matura z OPERONEM

Matematyka
Poziom podstawowy

Marzec 2020

Zadania zamknięte

Za każdą poprawną odpowiedź zdający otrzymuje 1 punkt.

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
1.	A	$\left(2^2\right)^{\frac{1}{3}}\cdot\left(2^3\right)^{\frac{1}{5}}\cdot 2^{-1} = 2^{\frac{2}{3}}\cdot 2^{\frac{3}{5}}\cdot 2^{-1} = 2^{\frac{10}{15}+\frac{9}{15}-1} = 2^{\frac{4}{15}}$
2.	C	
3.	D	x – wysokość lokaty $1{,}03x = 5665$ $x = 5500$
4.	D	$\left\|3-\sqrt{10}\right\| = -\left(3-\sqrt{10}\right) = -3+\sqrt{10}$, bo $3-\sqrt{10}<0$
5.	C	$(x+y)^2 = x^2+2xy+y^2 = 74+2\cdot 35 = 144$
6.	B	$3-3\log_3 1 = 3-0 = 3$; $3-3\log_3 1 = \log_3 27-\log_3 1^3$; $3-3\log_3 1 = \log_3 27-0 = \log_3 27$
7.	C	$\begin{cases}\beta+\alpha=180^\circ\\ \beta-\alpha=30^\circ\end{cases}$ $\begin{cases}\beta=105^\circ\\ \alpha=75^\circ\end{cases}$ 
8.	B	$r=\sqrt{(1-4)^2+(6-2)^2} = \sqrt{(-3)^2+4^2} = 5$; d = 10
9.	C	$tg\left\|\measuredangle AED\right\| = \frac{2x}{0{,}5x} = 4$ 

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
10.	D	$-2\cdot\left(\frac{m^2}{2}-\frac{3}{2}\right)=-1$ $m^2-3=1$ $m^2=4$ $m=-2$ lub $m=2$
11.	C	$x_1=1$, $x_2=-5$, $p=\frac{1+(-5)}{2}=-2$, $a<0$, $x\in\langle -2,\ \infty)$
12.	B	$-2x+1=0$, $x-1=0$ $x=\frac{1}{2}\in(-\infty,\ 1\rangle$, $x=1$, $x\notin(1,\ \infty)$
13.	C	$x\in R-\{-1,\ 2\}$, $(x^2-1)(x+2)=0$ $(x-1)(x+1)(x+2)=0$ $x=1$, $x\in D$; $x=-1$, $x\notin D$; $x=-2$, $x\in D$
14.	A	$\frac{\sin\alpha+\cos\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}+\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha}=\mathrm{tg}\alpha+1=1\frac{1}{3}$
15.	B	$(4x-1)^2=2\cdot 0{,}5$ $16x^2-8x=0$ $8x(2x-1)=0$ $x=0$ to ciąg: 2; -1; 0,5 nie jest monotoniczny $x=\frac{1}{2}$ to ciąg: 2; 1; 0,5 jest monotoniczny
16.	B	$a_1+(n-1)r<122$ $-2+2{,}5(n-1)<122$ $n<50{,}6$ n = 50
17.	D	$y=\frac{1}{5+2\sqrt{6}}=\frac{1}{5+2\sqrt{6}}\cdot\frac{5-2\sqrt{6}}{5-2\sqrt{6}}=\frac{5-2\sqrt{6}}{25-24}=5-2\sqrt{6}$
18.	C	$\begin{cases}7=2a+b\\2=4a+b\end{cases}$ $a=-2{,}5$
19.	A	Po przesunięciu wykresu funkcji f o wektor $[p,\ q]=[-1,\ -3]$ otrzymujemy wykres funkcji: $g(x)=f(x-p)+q$. Stąd: $g(x)=\frac{2}{x+1}-3$
20.	B	$\frac{m}{4+m}=0{,}2$ dla $m=1$
21.	D	$3\cdot 4\cdot 9=108$
22.	A	$c^2=5^2+12^2$, $c=13$ cm $r=\frac{5+12-13}{2}=2$ cm
23.	B	Kąt pomiędzy wysokością *EF* i odcinkiem *SF*
24.	A	$r=3$ cm $\pi\cdot 3\cdot l=12\pi$, $l=4$ cm $H^2+3^2=4^2$, $H=\sqrt{7}$ cm
25.	B	$N=5+10+7+6+2=30$, $N:2=15$, $\frac{N}{2}+1=16$ Wynik 15-ty to: 4, wynik 16-ty to: 3, mediana: $\frac{4+3}{2}=3{,}5$

Zadania otwarte

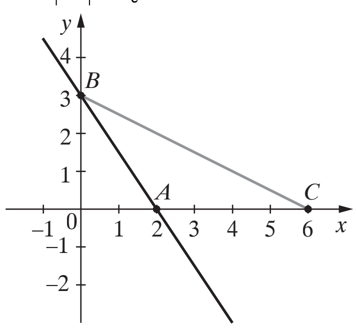
Uwagi ogólne.

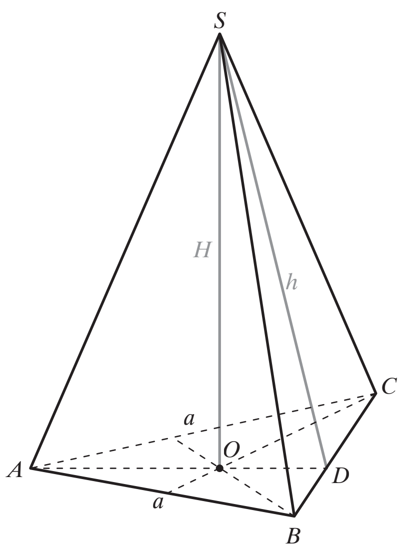
- Jeżeli zdający rozwiąże bezbłędnie zadanie inną metodą, nieopisaną w schemacie, ale merytorycznie poprawną, otrzymuje za to rozwiązanie maksymalną liczbę punktów.
- Za błąd rachunkowy zdający traci 1 punkt, jeżeli błąd ten nie spowodował znacznego ułatwienia zadania (wówczas traktujemy go tak, jakby był błędem merytorycznym).
- Jeżeli zdający popełni błąd merytoryczny, otrzymuje punkty tylko za tę część zadania, którą rozwiązał do momentu popełnienia tego błędu, dalsza część nie jest oceniania (więc jeżeli błąd zostanie popełniony na początku, zdający otrzymuje za zadanie 0 punktów).
- Jeżeli zdający źle przepisze dane liczbowe z zadania, ale nie spowoduje to zmiany sensu zadania bądź nie ułatwi rozwiązania, wówczas za całe zadanie traci 1 punkt.
- Jeżeli zdający prawidłowo rozwiąże zadanie, ale podczas zapisywania odpowiedzi źle przepisze rozwiązanie, traktujemy to jako błąd nieuwagi i zdający nie traci za ten błąd punktu.
- Jeżeli punkt ma być przyznany za zapisanie układu kilku równań, to należy pamiętać, że równania te nie muszą być zapisane jedno pod drugim i połączone klamrą, wystarczy, że są zapisane (w różnych miejscach).

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
26.	**Postęp:** Przekształcenie nierówności do postaci: $x^2+x-2\le 0$ i wyznaczenie pierwiastków: $x_1=-2$, $x_2=1$ ALBO Przekształcenie nierówności do postaci: $(x+2)(x-1)\le 0$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Rozwiązanie nierówności: $x\in\langle -2,\ 1\rangle$	2
	UWAGI 1. W rozwiązaniu dopuszczamy zapisy $x\ge -2$, $x\le 1$ albo $x\ge -2$ i $x\le 1$, albo $x\ge -2 \wedge x\le 1$, albo zaznaczenie rozwiązania na osi liczbowej z poprawnymi końcami przedziału. 2. Nie dopuszczamy zapisów: $x\ge -2$ lub $x\le 1$ ani $x\ge -2 \vee x\le 1$. 3. Jeżeli zdający popełni błąd rachunkowy podczas przekształcania nierówności, ale otrzyma dwa różne pierwiastki albo popełni błąd podczas obliczania pierwiastków z dobrze przekształconej nierówności i konsekwentnie prawidłowo rozwiąże nierówność, to za całe zadanie otrzymuje 1 punkt. 4. Jeżeli popełni błąd zarówno podczas przekształcania nierówności i później w trakcie obliczania pierwiastków, to za całe zadanie otrzymuje 0 punktów.	
27.	**Postęp:** Uzasadnienie, że $\triangle OEB \sim \triangle AOD$ (kkk)	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie skali podobieństwa trójkąta *OEB* do trójkąta *AOD*: $k=\frac{1}{2}$ Zapisanie stosunku pól figur podobnych $\frac{P_{\triangle OEB}}{P_{\triangle AOD}}=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$	2
	UWAGI 1. Jeżeli zdający zapisze, że trójkąty są podobne, ale bez uzasadnienia i na tym zakończy zadanie, to otrzymuje 0 punktów. 2. Jeżeli zdający zapisze, że trójkąty są podobne, ale bez uzasadnienia i poprawnie wyznaczy stosunek pól trójkątów, to otrzymuje 1 punkt. 3. Jeżeli zdający uzasadni podobieństwo trójkątów, ale obliczy $\frac{P_{\triangle AOD}}{P_{\triangle OEB}}=\left(\frac{2}{1}\right)^2=4$, to otrzymuje 1 punkt.	

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
28.	**Postęp:** Obliczenie $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ALBO Obliczenie $\cos\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Wyznaczenie miar kątów ostrych trójkąta prostokątnego $\alpha = 60°$ i $\beta = 30°$	2
	UWAGI 1. Przy obliczaniu wartości sinusa kąta α i cosinusa kąta β nie wymagamy zapisania dwóch rozwiązań (dodatniego i ujemnego) i odrzucenia ujemnego oraz uzasadniania, dlaczego zdający go odrzuca. 2. Jeżeli zdający przyjmie za prawidłowe oba rozwiązania (dodatnie i ujemne), obliczone poprawnie i na tym zakończy obliczenia lub dalej popełni błędy, to za całe zadanie otrzymuje 1 punkt. 3. Jeżeli wartości funkcji trygonometrycznych zdający obliczy z wykorzystaniem trójkąta prostokątnego, w którym jako kąt α przyjmuje któryś z kątów ostrych, i na tym zakończy obliczenia, to otrzymuje 1 punkt.	
29.	**Postęp:** Zapisanie wyrażenia w postaci: $\frac{2^{12}(9 \cdot 2 + 1)}{38 \cdot 2^{12}}$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Otrzymanie wyniku: $\frac{1}{2}$	2
	UWAGI 1. Jeżeli zdający wykona obliczenia na kalkulatorze i otrzyma poprawny wynik, to za całe zadanie otrzymuje 1 punkt.	
30.	**Postęp:** Zapisanie zależności pomiędzy kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego: $6x + 1 = \frac{(x^2 + 7) + (4x^2 - 1)}{2}$ ALBO $(6x + 1) - (x^2 + 7) = (4x^2 - 1) - (6x + 1)$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Znalezienie pierwiastków równania $5x^2 - 12x + 4 = 0$: $x_1 = 0{,}4$ i $x_2 = 2$	2
	UWAGI 1. Jeśli zdający popełni błąd rachunkowy i otrzyma inne równanie kwadratowe, które prawidłowo rozwiąże, to za całe zadnie otrzymuje 1 punkt 2. Jeśli zdający zapisze układ równań $\begin{cases} 6x + 1 = x^2 + 7 + r \\ 4x^2 - 1 = 6x + 1 + r \end{cases}$ i na tym zakończy obliczenia lub przekształcając ten układ, nie otrzyma równania $5x^2 - 12x + 4 = 0$, to za całe zadanie otrzymuje 0 punktów.	
31.	**Postęp:** Obliczenie miar kątów środkowych $\lvert\angle AOB\rvert = 40°$, $\lvert\angle BOC\rvert = 120°$, $\lvert\angle COA\rvert = 200°$ ALBO Zapisanie zależności pomiędzy miarami kątów trójkąta ABC: $\lvert\angle BAC\rvert = 3\lvert\angle ACB\rvert$, $\lvert\angle ABC\rvert = 5\lvert\angle ACB\rvert$ oraz $\lvert\angle BAC\rvert + \lvert\angle ACB\rvert + \lvert\angle ABC\rvert = 180°$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie miar kątów trójkąta ABC: $\lvert\angle ACB\rvert = 20°$, $\lvert\angle BAC\rvert = 60°$, $\lvert\angle CBA\rvert = 100°$	2

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	UWAGI 1. Jeżeli zdający zapisze zależność pomiędzy miarami kątów środkowych $\lvert\measuredangle BOC\rvert = 3\lvert\measuredangle AOB\rvert$, $\lvert\measuredangle AOC\rvert = 5\lvert\measuredangle AOB\rvert$, ale nie wyznaczy miar tych kątów oraz ponadto zapisze zależności pomiędzy miarami kątów wpisanych i środkowych opartych na tych samych łukach, to za całe zadanie otrzymuje 0 punktów. 2. Jeżeli zdający pomiesza zależności pomiędzy miarami kątów, to za całe zadanie otrzymuje 0 punktów.	
32.	**Postęp:** 1. sposób oznaczenia niewiadomych x – prędkość pierwszego rowerzysty y – czas jazdy pierwszego rowerzysty Zapisanie poprawnego układu równań opisujących sytuację w zadaniu: $\begin{cases} xy = 60 \\ (x+5)(y-2) = 60 \end{cases}$ ALBO 2. sposób oznaczenia niewiadomych x – prędkość drugiego rowerzysty y – czas jazdy drugiego rowerzysty Zapisanie poprawnego układu równań opisujących sytuację w zadaniu: $\begin{cases} xy = 60 \\ (x-5)(y+2) = 60 \end{cases}$ ALBO 3. sposób oznaczenia niewiadomych x – prędkość drugiego rowerzysty y – czas jazdy pierwszego rowerzysty Zapisanie poprawnego układu równań opisujących sytuację w zadaniu: $\begin{cases} (x-5)y = 60 \\ x(y-2) = 60 \end{cases}$ ALBO 4. sposób oznaczenia niewiadomej x – prędkość pierwszego rowerzysty Zapisanie poprawnego równania opisującego sytuację w zadaniu: $\frac{60}{x} = \frac{60}{x+5} + 2$ ALBO 5. sposób oznaczenia niewiadomej x – prędkość drugiego rowerzysty Zapisanie poprawnego równania opisującego sytuację w zadaniu: $\frac{60}{x-5} = \frac{60}{x} + 2$ ALBO 6. sposób oznaczenia niewiadomej y – czas jazdy pierwszego rowerzysty Zapisanie poprawnego równania opisującego sytuację w zadaniu: $\frac{60}{y} + 5 = \frac{60}{y-2}$ ALBO 7. sposób oznaczenia niewiadomej y – czas jazdy drugiego rowerzysty Zapisanie poprawnego równania opisującego sytuację w zadaniu: $\frac{60}{y+2} + 5 = \frac{60}{y}$	1

<table>
<tr><th>Numer zadania</th><th>Modelowe etapy rozwiązywania zadania</th><th>Liczba punktów</th></tr>
<tr><td></td><td>Istotny postęp:
Przekształcenie układu równań do postaci, w której jedno równanie jest kwadratowe, na przykład:
1. i 3. $y^2 - 2y - 24 = 0$
ALBO
2. $y^2 + 2y - 24 = 0$
ALBO
Przekształcenie równania do postaci równania kwadratowego
4. $x^2 + 5x - 150 = 0$
ALBO
5. $x^2 - 5x - 150 = 0$
ALBO
6. $y^2 - 2y - 24 = 0$
ALBO
7. $y^2 + 2y - 24 = 0$</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>Pokonanie zasadniczych trudności:
Wyznaczenie prędkości i czasu jazdy dla jednego z rowerzystów
ALBO
Wyznaczenie prędkości do obu rowerzystów
ALBO
Wyznaczenie czasu jazdy dla obu rowerzystów</td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td>Rozwiązanie bezbłędne:
Wyznaczenie prędkości i czasu jazdy dla obu rowerzystów
Pierwszy rowerzysta: prędkość $10\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, czas 6 h
Drugi rowerzysta: prędkość $15\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, czas 4 h</td><td>4</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">UWAGI
1. W rozwiązaniu zdający może stosować oznaczenia V i t.
2. Jeżeli zdający nie odrzuci ujemnych rozwiązań równania kwadratowego i na tym zakończy rozwiązanie zadania, to za całe zadanie otrzymuje 2 punkty.</td></tr>
<tr><td>33.</td><td>Postęp:
Wyznaczenie współrzędnych punktu A i punktu B: $A(2,\ 0)$, $B(0,\ 3)$ oraz oznaczenie współrzędnych punktu C: $C(x_C,\ 0)$</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>Istotny postęp:
Wykonanie rysunku i ustalenie długości podstawy i wysokości trójkąta ABC: $h = |OB| = 3$ i $a = |AC| = x_C - 2$

</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>Pokonanie zasadniczych trudności:
Zapisanie równania pozwalającego wyznaczyć odciętą punktu C (z pola trójkąta ABC):
$\frac{1}{2}(x_C - 2)\cdot 3 = 6$</td><td>3</td></tr>
</table>

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie odciętej punktu *C*: $x_C = 6$	4
	UWAGI 1. Uczeń może zapisać długość podstawy i wysokość trójkąta *ABC* na rysunku lub wpisać we wzorze na pole trójkąta *ABC*.	
34.	**Postęp:** Zapisanie równania pozwalającego obliczyć długość krawędzi podstawy ostrosłupa (ze wzoru na objętość): $\frac{1}{3}\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}=27$	1
	Istotny postęp: Wyznaczenie długości krawędzi podstawy ostrosłupa: $a = 6$ cm i wysokości ostrosłupa: $H = 3\sqrt{3}$ cm oraz długości odcinka OD: $\lvert OD\rvert = \sqrt{3}$ cm.	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Wyznaczenie wysokości h ściany bocznej ostrosłupa z twierdzenia Pitagorasa np. w trójkącie *ODS*: $h = \sqrt{30}$ cm 	3
	Rozwiązanie prawie pełne: Zapisanie wyrażenia pozwalającego obliczyć pole powierzchni całkowitej ostrosłupa: $P=\frac{6^2\sqrt{3}}{4}+\frac{3\cdot 6\cdot\sqrt{30}}{2}$	4
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie pola powierzchni całkowitej: $P = 9\left(\sqrt{3}+\sqrt{30}\right)$ cm^2	5
	UWAGI 1. Rysunek w zadaniu nie jest wymagany, więc wszelkie błędy na rysunku, o ile nie zostaną przez zdającego wykorzystane w rozwiązaniu zadania, nie mogą być podstawą do obniżenia punktacji. 2. Jeżeli zdający wykorzysta w zadaniu inną bryłę niż ostrosłup prawidłowy trójkątny, za całe zadanie otrzymuje 0 punktów. 3. Długość odcinka *OD* oraz wysokość ostrosłupa zdający może zapisać na rysunku ostrosłupa lub trójkąta prostokątnego *SOD*. 4. Jeśli zdający obliczy długość krawędzi podstawy i wysokość ostrosłupa i na tym zakończy zadanie, otrzymuje 2 punkty.	