KRYTERIA OCENIANIA ODPOWIEDZI
Próbna Matura z OPERONEM

Matematyka
Poziom podstawowy

Listopad 2019

Zadania zamknięte

Za każdą poprawną odpowiedź zdający otrzymuje 1 punkt.

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
1.	B	$\left(\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)^2 = 3-2\sqrt{18}+6 = 9-6\sqrt{2}$
2.	A	$x \geq -4 \ \wedge \ x \leq 4$
3.	D	$3\log 2+\log 5^3 = 3\log 2+3\log 5 = 3(\log 2+\log 5) = 3\log 10 = 3$
4.	C	$0{,}9\cdot 0{,}8x = 0{,}72x$ $x-0{,}72x = 0{,}28x$
5.	A	$0{,}3(7)=\frac{34}{90}$, $0{,}(7)=\frac{7}{9}$, $\frac{34}{90}+\frac{7}{9}=\frac{104}{90}=\frac{52}{45}$
6.	D	$f(22)=11$, $f(28)=7$, $f(21)=7$, $f(25)=5$
7.	C	$x_1=5$, $x_2=-9$, $p=\frac{5+(-9)}{2}=-2$
8.	B	$m^2-3>0$, $\left(m-\sqrt{3}\right)\left(m+\sqrt{3}\right)>0$
9.	D	$\lvert\measuredangle OCB\rvert+\lvert\measuredangle OBC\rvert = \frac{1}{2}(180°-70°)=55°$ $\alpha=180°-55° = 125°$
10.	A	$\frac{a+b}{2}=4$, $h=P:\frac{a+b}{2} = 5$ cm
11.	A	$(2x-5)(3x+2)-(3x+2)(x+5)=0$ $(3x+2)[(2x-5)-(x+5)]=0$ $(3x+2)(x-10)=0$
12.	D	$c=\sqrt{2^2+6^2}=2\sqrt{10}$, $\sin\alpha=\frac{2}{2\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$
13.	D	Funkcja jest rosnąca w każdym z przedziałów $(-\infty,\ 0)$ i $(0,\ +\infty)$
14.	A	$S_{11}=\frac{a_1+a_{11}}{2}\cdot 11$, $S_{11}=0\cdot 11=0$
15.	C	$a_6=a_3\cdot q^3$, $q^3=\frac{1}{16}:\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$, $q=\frac{1}{2}$, $a_2=a_3:q$ $a_2=\frac{1}{2}:\frac{1}{2}=1$
16.	B	$6\cdot 6\frac{1}{3}=38$, $38:8=4\frac{3}{4}$
17.	D	$k=\frac{3}{4}$, $\frac{3}{4}=\frac{a}{12}$, $a = 9$ cm
18.	C	$p=-4$ przesunięcie o 4 jednostki w lewo, bo $[-4,\ 0]$

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
19.	B	$x \in R - \{3\}$, $x^2 - 9 = 0$, $x = -3$, $-3 \in D_r$, $x = 3$, $3 \notin D_r$
20.	B	$\frac{1}{3} \cdot \frac{8\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$
21.	D	$\frac{a+b}{2} = 7{,}5$
22.	A	$a\sqrt{3} = 6$, $a = 2\sqrt{3}$, $\left(2\sqrt{3}\right)^3 = 24\sqrt{3}$
23.	C	$P = \frac{1}{2} \cdot 8^2 \cdot \sin 30° = \frac{1}{2} \cdot 64 \cdot \frac{1}{2} = 16$
24.	C	$24 \cdot 10 \cdot 24 = 5760$
25.	C	$\frac{6 \cdot 3{,}5 + 4 \cdot 4{,}5}{10} = 3{,}9$

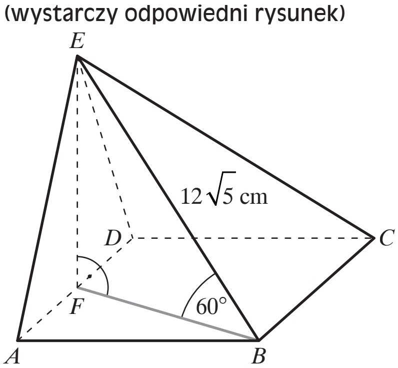
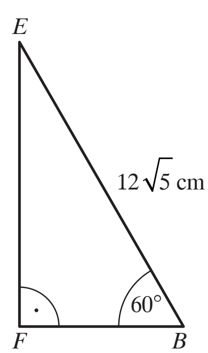
Zadania otwarte

Uwagi ogólne.

- Jeżeli zdający rozwiąże bezbłędnie zadanie inną metodą nieopisaną w schemacie, ale merytorycznie poprawną, otrzymuje za to rozwiązanie maksymalną liczbę punktów.
- Za błąd rachunkowy zdający traci 1 punkt, jeżeli błąd ten nie spowodował znacznego ułatwienia zadania (wówczas traktujemy go tak, jakby był błędem merytorycznym).
- Jeżeli zdający popełni błąd merytoryczny, otrzymuje punkty tylko za tę część zadania, którą rozwiązał do momentu popełnienia tego błędu, dalsza część nie jest oceniania (więc jeżeli błąd zostanie popełniony na początku, zdający otrzymuje za zadanie 0 punktów).
- Jeżeli zdający źle przepisze dane liczbowe z zadania, ale nie spowoduje to zmiany sensu zadania bądź nie ułatwi rozwiązania, wówczas za całe zadanie traci 1 punkt.
- Jeżeli zdający prawidłowo rozwiąże zadanie, ale podczas zapisywania odpowiedzi źle przepisze rozwiązanie, traktujemy to jako błąd nieuwagi i zdający nie traci za ten błąd punktu.
- Jeżeli punkt ma być przyznany za zapisanie układu kilku równań, to należy pamiętać, że równania te nie muszą być zapisane jedno pod drugim i połączone klamrą, wystarczy, że są zapisane (w różnych miejscach).

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
26.	**Postęp:** Przekształcenie nierówności do postaci: $2x - 3 < 3x - 5$ ALBO Zapisanie nierówności w postaci: $2^{12}(2x - 3x) < 2^{12}(3 - 5)$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Rozwiązanie nierówności: $x \in (2, \infty)$	2
	UWAGI 1. W rozwiązaniu dopuszczamy zapis $x > 2$ albo zaznaczenie rozwiązania na osi liczbowej z poprawnym końcem przedziału. 2. Jeśli zdający rozwiąże **bezbłędnie** nierówność, obliczając potęgi liczb 2, 4 i 8, otrzymuje 1 punkt. 3. Jeżeli zdający popełni błąd i nie otrzyma nierówności równoważnych do tych podanych jako postęp, to za całe zadanie otrzymuje 0 punktów.	

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
27.	**Postęp:** Skorzystanie z twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa i ustalenie, że trójkąt o danych długościach boków jest prostokątny.	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie długości promienia okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym $R=\frac{\sqrt{15}}{2}$.	2
	UWAGA Jeżeli zdający w obliczeniach długości promienia korzysta z faktu, że trójkąt jest prostokątny, ale wcześniej nie zastosuje tw. odwrotnego do tw. Pitagorasa, to za zadanie otrzymuje 0 punktów.	
28.	**Postęp:** Zapisanie równania prostej AB: $y=\frac{1}{2}x+4$ ALBO Zapisanie równania prostej AC: $y=\frac{1}{2}x+4$ ALBO Zapisanie równania prostej BC: $y=\frac{1}{2}x+4$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Stwierdzenie, że punkty A, B, C są współliniowe.	2
	UWAGI 1. W rozwiązaniu dopuszczamy, że uczeń zakończy obliczenia na otrzymaniu tożsamości przy sprawdzaniu, czy trzeci z punktów należy do prostej wyznaczonej przez dwa punkty, i nie zapisze wniosku. 2. Jeżeli zdający prawidłowo zapisze układ równań prowadzących do otrzymania równania prostej lub skorzysta ze wzoru na równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty i prawidłowo podstawi dane, to otrzymuje 1 punkt. 2. Jeżeli zdający popełni błąd rachunkowy przy wyznaczaniu równania prostej przechodzącej przez dwa punkty, ale sprawdzi, czy trzeci z punktów należy do prostej i wyciągnie wniosek, to otrzymuje 1 punkt. 3. Jeśli zdający zapisze tylko równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty, ale nie podstawi współrzędnych lub podstawi je błędnie, to otrzymuje 0 punktów.	
29.	**Postęp:** Przekształcenie warunku $\Delta\geq 0$ do postaci: $a^2+2a+1\geq 0$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Pełne rozwiązanie zadania, stwierdzenie, że dla dowolnej liczby rzeczywistej a wyróżnik trójmianu kwadratowego jest nieujemny.	2
	UWAGI 1. Jeżeli zdający zapisze $\Delta\geq 0$ lub zapisze $\Delta=(a-1)^2+4a$, lub zapisze $(a-1)^2+4a\geq 0$ i na tym zakończy, to za całe zadanie otrzymuje 0 punktów. 2. Jeżeli zdający zostawi nierówność $(a+1)^2\geq 0$ bez stwierdzenia, że jest prawdziwa dla dowolnej liczby rzeczywistej a, to za całe zadanie otrzymuje 1 punkt.	
30.	**Postęp:** Zapisanie zależności pomiędzy długością boku i długością przekątnej w postaci równania $a+a\sqrt{2}=1$ ALBO Wyznaczenie długości boku kwadratu $a=\sqrt{2}-1$ lub $a=\frac{1}{\sqrt{2}+1}$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Wyznaczenie długości przekątnej $d=2-\sqrt{2}$	2
	UWAGI 1. Jeżeli zdający zapisze $a+d=1$ i na tym zakończy, to za całe zadanie otrzymuje 0 punktów.	

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	2. Jeżeli zdający wpisze inną zależność niż $d = a\sqrt{2}$, to za całe zadanie otrzymuje 0 punktów. 3. Jeśli zdający zakończy obliczenie długości przekątnej na etapie $d = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$, to za całe zadanie otrzymuje 1 punkt.	
31.	**Postęp:** Poprawne obliczenie liczby zdarzeń sprzyjających zdarzeniu A: $\lvert A \rvert = 4$ oraz liczby wszystkich zdarzeń elementarnych tego doświadczenia losowego Ω: $\lvert \Omega \rvert = 36$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie prawdopodobieństwa zajścia zdarzenia A: $P(A) = \frac{1}{9}$	2
	UWAGA Jeśli uczeń poprawnie obliczy tylko liczbę zdarzeń sprzyjających zdarzeniu A lub tylko liczbę wszystkich zdarzeń elementarnych, to za całe zadanie otrzymuje 0 punktów.	
32.	**Postęp:** Poprawne zapisanie kolejnych wyrazów ciągu geometrycznego w zależności od pierwszego wyrazu ciągu arytmetycznego: $(a_1 + 3,\ a_1 - 1,\ a_1 - 4)$	1
	Istotny postęp: Poprawne zapisanie równania z jedną niewiadomą, wynikającego z zależności, jaka zachodzi dla trzech kolejnych wyrazów ciągu geometrycznego: $(a_1 - 1)^2 = (a_1 + 3)(a_1 - 4)$ ALBO Poprawne zapisanie układu równań wynikających ze wzorów na drugi i trzeci wyraz ciągu geometrycznego: $\begin{cases} a_1 - 1 = (a_1 + 3) \cdot q \\ a_1 - 4 = (a_1 + 3) \cdot q^2 \end{cases}$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Obliczenie: $a_1 = 13$	3
	Rozwiązanie bezbłędne: Podanie odpowiedzi: ciąg arytmetyczny $(13,\ 9,\ 5)$, ciąg geometryczny $(16,\ 12,\ 9)$	4
	UWAGI 1. Jeżeli uczeń poprawne zapisze tylko kolejne wyrazy ciągu arytmetycznego $(a_1,\ a_1 - 4,\ a_1 - 8)$ lub poprawnie zapisze kolejne wyrazy ciągu geometrycznego $(b_1,\ b_1q,\ b_1q^2)$ lub kolejne wyrazy obu tych ciągów, ale bez zależności pomiędzy wyrazami tych ciągów i na tym zakończy, to za zadanie otrzymuje 0 punktów. 2. Jeżeli zdający błędnie obliczy a_1, ale dalej już nie popełni błędu i wyznaczy kolejne wyrazy ciągów arytmetycznego i geometrycznego, to za całe zadanie otrzymuje 3 punkty.	
33.	**Postęp:** Ustalenie, że dłuższe krawędzie boczne ostrosłupa to *BE* lub *CE* oraz że trójkąt *EFB* (*EFC*) jest trójkątem prostokątnym, w którym kąt *EBF* (*ECF*) ma miarę $60°$. (wystarczy odpowiedni rysunek)   	1

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Istotny postęp: Wyznaczenie długości odcinka EF: $\lvert EF\rvert = 6\sqrt{15}$ cm ALBO Wyznaczenie długości odcinka FB: $\lvert FB\rvert = 6\sqrt{5}$ cm	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Wyznaczenie długości odcinków EF i FB: $\lvert EF\rvert = 6\sqrt{15}$ cm, $\lvert FB\rvert = 6\sqrt{5}$ cm ALBO Wyznaczenie długości odcinka FB i długości krawędzi podstawy ostrosłupa: $\lvert FB\rvert = 6\sqrt{5}$ cm, $\lvert AB\rvert = 12$ cm	3
	Rozwiązanie prawie pełne: Wyznaczenie długości odcinka EF i długości krawędzi podstawy ostrosłupa: $\lvert EF\rvert = 6\sqrt{15}$ cm, $\lvert AB\rvert = 12$ cm ALBO Wyznaczenie długości odcinka EF i pola podstawy ostrosłupa: $\lvert EF\rvert = 6\sqrt{15}$ cm, $P = 144$ cm^2	4
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie objętości ostrosłupa: $V = 288\sqrt{15}$ cm^3	5
	UWAGA Jeśli zdający błędnie przyjmie, że inny odcinek niż BE lub CE ma długość $12\sqrt{5}$ cm oraz że inny kąt niż kąt EBF (ECF) ma miarę $60°$, to za całe zadanie otrzymuje 0 punktów.	
34.	**Postęp:** x – liczba róż w kartonie y – liczba kartonów Zapisanie poprawnego układu równań opisujących sytuację w zadaniu: $\begin{cases} xy = 480 \\ (x-3)(y+8) = 480 \end{cases}$ ALBO x – liczba róż w kartonie Zapisanie poprawnego równania opisującego sytuację w zadaniu: $\frac{480}{x} + 8 = \frac{480}{x-3}$ ALBO y – liczba kartonów Zapisanie poprawnego równania opisującego sytuację w zadaniu: $\frac{480}{y} - 3 = \frac{480}{y+8}$	1
	Istotny postęp: Przekształcenie układu równań do postaci, w której jedno równanie jest kwadratowe: $\begin{cases} y = \frac{480}{x} \\ x^2 - 3x - 180 = 0 \end{cases}$ ALBO $\begin{cases} x = \frac{480}{y} \\ y^2 + 8y - 1280 = 0 \end{cases}$ ALBO Przekształcenie równania do postaci równania kwadratowego: $x^2 - 3x - 180 = 0$ ALBO Przekształcenie równania do postaci równania kwadratowego: $y^2 + 8y - 1280 = 0$	2

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Pokonanie zasadniczych trudności: Wyznaczenie liczby róż w kartonie: 15 sztuk ALBO Wyznaczenie liczby kartonów: 32 sztuk	3
	Rozwiązanie bezbłędne: Wyznaczenie liczby róż w kartonie: 15 sztuk i wyznaczenie liczby kartonów: 32 sztuk	4
	UWAGA Uczeń, rozwiązując równanie kwadratowe, musi odrzucić jeden ujemny pierwiastek. Jeśli w odpowiedzi poda dwa rozwiązania (dodatnie i ujemne), to otrzymuje 3 punkty.	