Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY
Z OPERONEM
MATEMATYKA

MARZEC 2020

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1.–34.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–25.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (26.–34.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–25. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Wyrażenie $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[5]{8} \cdot 2^{-1}$ zapisane w postaci potęgi liczby 2 jest równe:

A. $2^{\frac{4}{15}}$ **B.** $2^{\frac{3}{4}}$ **C.** $2^{\frac{2}{5}}$ **D.** $2^{-\frac{1}{4}}$

Zadanie 2. (0–1)

Dane są przedziały liczbowe $A = (-3,\ 3\rangle$ oraz $B = \langle -2,\ 3)$. Różnica zbiorów $A - B$ to:

A. $(-3,\ -2)$ **B.** $(-3,\ -2\rangle$ **C.** $(-3,\ -2) \cup \{3\}$ **D.** $(-3,\ -2\rangle \cup \{3\}$

Zadanie 3. (0–1)

Oprocentowanie lokaty w pewnym banku jest równe 3% w stosunku rocznym. Aby po roku wraz z odsetkami otrzymać 5665 zł, należy wpłacić na lokatę kwotę:

A. 4000 zł **B.** 4500 zł **C.** 5000 zł **D.** 5500 zł

Zadanie 4. (0–1)

Liczba $\left|3 - \sqrt{10}\right|$ jest równa:

A. $-3 - \sqrt{10}$ **B.** $3 - \sqrt{10}$ **C.** $3 + \sqrt{10}$ **D.** $-3 + \sqrt{10}$

Zadanie 5. (0–1)

Jeśli $x^2 + y^2 = 74$ i $xy = 35$, to wartością wyrażenia $(x + y)^2$ jest liczba:

A. 39 **B.** 109 **C.** 144 **D.** 183

Zadanie 6. (0–1)

Liczba $3 - 3\log_3 1$ <u>nie jest</u> równa:

A. 3 **B.** 0 **C.** $\log_3 27 - \log_3 1^3$ **D.** $\log_3 27$

Zadanie 7. (0–1)

W trapezie równoramiennym, który nie jest równoległobokiem, różnica miar kątów leżących przy jednym ramieniu wynosi 30°. Miara kąta przy krótszej podstawie tego trapezu to:

A. 115° **B.** 110° **C.** 105° **D.** 75°

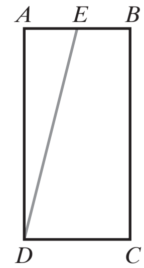
Zadanie 8. (0–1)

Na okręgu o środku $S = (4,\ 2)$ leży punkt $A = (1,\ 6)$. Długość średnicy tego okręgu to:

A. 5 **B.** 10 **C.** $2\sqrt{5}$ **D.** 14

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 9. (0–1)



W prostokącie $ABCD$, w którym $|AD| = 2|AB|$, zaznaczono punkt E, który jest środkiem boku AB (patrz rysunek).
Wartość tangensa kąta AED jest równa:

A. $\frac{1}{4}$ **B.** $\frac{\sqrt{17}}{17}$
C. 4 **D.** $\frac{4\sqrt{17}}{17}$

Zadanie 10. (0–1)

Proste o równaniach $y = -2x + 3$ i $y = \left(\frac{m^2}{2} - \frac{3}{2}\right)x - 3$ są prostopadłe dla:

A. $m = -\sqrt{3}$ lub $m = \sqrt{3}$ **B.** $m = \sqrt{3}$
C. $m = 2$ **D.** $m = -2$ lub $m = 2$

Zadanie 11. (0–1)

Funkcja kwadratowa określona jest wzorem $f(x) = -(x-1)(x+5)$. Maksymalny przedział, w którym ta funkcja jest malejąca, to:
A. $(-\infty,\ -2\rangle$ **B.** $(-\infty,\ 2\rangle$
C. $\langle -2,\ \infty)$ **D.** $\langle 2,\ \infty)$

Zadanie 12. (0–1)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \begin{cases} -2x+1 & \text{dla } x \le 1 \\ x-1 & \text{dla } x > 1 \end{cases}$. Ile miejsc zerowych ma ta funkcja?

A. zero **B.** jedno **C.** dwa **D.** trzy

Zadanie 13. (0–1)

Rozwiązaniem równania $\frac{(x^2-1)(x+2)}{(x+1)(x-2)} = 0$ są liczby:

A. $-2, -1, 1, 2$ **B.** $-2, 1, 2$ **C.** $-2, 1$ **D.** $-1, 2$

Zadanie 14. (0–1)

Jeżeli α jest kątem ostrym oraz $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{3}$, to wartość wyrażenia $\frac{\sin\alpha+\cos\alpha}{\cos\alpha}$ jest równa:

A. $1\frac{1}{3}$ **B.** 1 **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** 3

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 15. (0–1)

Liczby 2; $4x-1$; 0,5 w podanej kolejności są pierwszym, drugim i trzecim wyrazem monotonicznego ciągu geometrycznego dla:

A. $x=0$ **B.** $x=\frac{1}{2}$ **C.** $x=1$ **D.** $x=0$ lub $x=\frac{1}{2}$

Zadanie 16. (0–1)

Dany jest ciąg arytmetyczny, w którym pierwszy wyraz $a_1=-2$ i różnica $r=2{,}5$. Ile wyrazów tego ciągu jest mniejszych od 122?

A. 49 **B.** 50 **C.** 51 **D.** 52

Zadanie 17. (0–1)

Jeżeli $x=5-2\sqrt{6}$ i $y=\frac{1}{5+2\sqrt{6}}$, to:

A. $x+y=0$ **B.** $y=\frac{1}{2}x$ **C.** $\frac{x}{y}<0$ **D.** $x=y$

Zadanie 18. (0–1)

Dane są punkty $A(2,\ 7)$ i $B(4,\ 2)$. Współczynnik kierunkowy prostej AB jest równy:

A. 2,5 **B.** $\frac{2}{5}$ **C.** $-2{,}5$ **D.** $-\frac{2}{5}$

Zadanie 19. (0–1)

Wykres funkcji $f(x)=\frac{2}{x}$ przesunięto równolegle o 1 jednostkę w lewo i o 3 jednostki w dół, otrzymując wykres funkcji $g(x)$. Funkcja $g(x)$ określona jest wzorem:

A. $g(x)=\frac{2}{x+1}-3$ **B.** $g(x)=\frac{2}{x-1}-3$

C. $g(x)=\frac{2}{x+1}+3$ **D.** $g(x)=\frac{2}{x-1}+3$

Zadanie 20. (0–1)

W pudełku są 4 kule białe i m kul czarnych. Prawdopodobieństwo wylosowania kuli czarnej wynosi 0,2, gdy m jest równe:

A. 2 **B.** 1 **C.** 6 **D.** 4

Zadanie 21. (0–1)

Wszystkich liczb trzycyfrowych nieparzystych, których cyfra jedności należy do zbioru $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$, cyfra dziesiątek do zbioru $\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$, a cyfra setek do zbioru $\{0,1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$, jest:

A. 240 **B.** 216 **C.** 120 **D.** 108

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 22. (0–1)

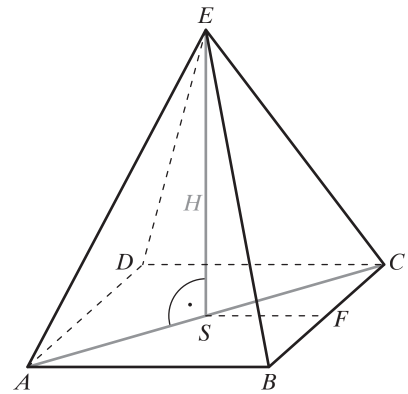
Koło jest wpisane w trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości 5 cm i 12 cm. Długość promienia tego koła jest równa:

A. 2 cm **B.** 4 cm **C.** 6,5 cm **D.** 13 cm

Zadanie 23. (0–1)

Na rysunku przedstawiono ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCDE$.
Kątem nachylenia ściany bocznej BCE do płaszczyzny podstawy jest:

A. $\measuredangle EBF$
B. $\measuredangle EFS$
C. $\measuredangle ECS$
D. $\measuredangle FES$



Zadanie 24. (0–1)

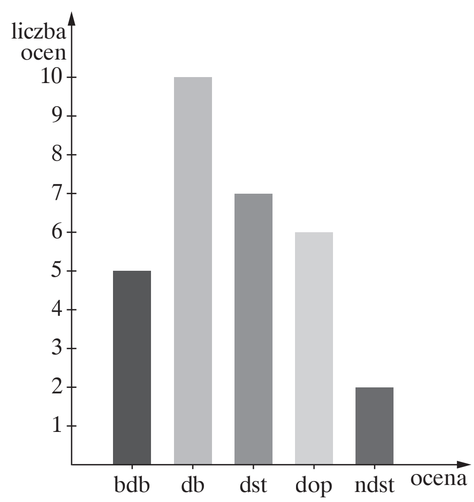
Pole powierzchni bocznej stożka o średnicy podstawy długości 6 cm jest równe 12π cm^2.
Wysokość tego stożka to:

A. $\sqrt{7}$ cm **B.** 4 cm **C.** 7 cm **D.** 5 cm

Zadanie 25. (0–1)

Wyniki sprawdzianu z matematyki przedstawiono na diagramie.
Mediana ocen ze sprawdzianu jest równa:

A. 4
B. 3,5
C. 3,(3)
D. 3



BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ZADANIA OTWARTE

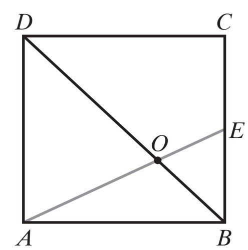
Rozwiązania zadań 26.–34. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 26. (0–2)

Rozwiąż nierówność $(x+2)^2 - 3(x+2) \leq 0$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 27. (0–2)



Na boku BC kwadratu $ABCD$ obrano punkt E tak, że $|BE| = |EC|$ i narysowano odcinek AE (patrz rysunek).
Odcinek ten przecina się z przekątną BD w punkcie O. Uzasadnij, że pole trójkąta BEO stanowi $\frac{1}{4}$ pola trójkąta ADO.

Odpowiedź: ....

Zadanie 28. (0–2)

Oblicz miary kątów ostrych α i β trójkąta prostokątnego, jeżeli wiadomo, że $\sin\alpha \cdot \cos\beta = \frac{3}{4}$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 29. (0–2)

Oblicz $\dfrac{9 \cdot 2^3 \cdot 2^{10} + 8 \cdot 2^9}{38 \cdot 2^{12}}$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 30. (0–2)

Wyznacz x, dla którego liczby: x^2+7, $6x+1$ i $4x^2-1$ w podanej kolejności są pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego.

Odpowiedź: ....

Zadanie 31. (0–2)

Punkty A, B, C dzielą okrąg o środku O na trzy łuki AB, BC i CA. Długości łuków AB, BC i CA pozostają w stosunku 1 : 3 : 5. Oblicz miary kątów trójkąta ABC.

Odpowiedź: ....

Zadanie 32. (0–4)

Dwaj rowerzyści pokonali tę samą trasę o długości 60 km. Prędkość pierwszego rowerzysty była o 5 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ mniejsza od prędkości drugiego, dlatego drugi rowerzysta jechał o dwie godziny krócej niż pierwszy. Oblicz prędkości i czasy jazdy obu rowerzystów.

Odpowiedź: ....

Zadanie 33. (0–4)

Prosta o równaniu $y = -\frac{3}{2}x + 3$ przecina oś x w punkcie A oraz oś y w punkcie B. Oblicz odciętą punktu C leżącego na osi x, wiedząc, że jest ona większa od odciętej punktu A oraz pole trójkąta ABC jest równe 6. Wykonaj odpowiedni rysunek w układzie współrzędnych.

Odpowiedź: ....

Zadanie 34. (0–5)

Objętość ostrosłupa prawidłowego trójkątnego wynosi 27 cm^3, a wysokość ostrosłupa i wysokość podstawy tego ostrosłupa są sobie równe. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.

Odpowiedź: ....

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)