Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

LISTOPAD 2019

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 15 stron (zadania 1.–34.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–25.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (26.–34.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Życzymy powodzenia!

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–25. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Wartość wyrażenia $\left(\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)^2$ jest równa:

A. -3 **B.** $9-6\sqrt{2}$ **C.** $-3-3\sqrt{2}$ **D.** 3

Zadanie 2. (0–1)

Zbiorem rozwiązań nierówności $|x| \le 4$ jest przedział:

A. $\langle -4,\ 4\rangle$ **B.** $(-\infty,\ 4\rangle$
C. $(-4,\ 4)$ **D.** $(-\infty,\ -4\rangle \cup \langle 4,\ \infty)$

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $3\log 2 + \log 5^3$ jest równa:

A. $\log 7^3$ **B.** $\log 133$ **C.** $3\log 7$ **D.** 3

Zadanie 4. (0–1)

Cenę pewnego towaru obniżono dwukrotnie: najpierw o 20%, a następnie o 10%. Końcowa cena tego towaru jest niższa od ceny początkowej o:

A. 30% **B.** 72% **C.** 28% **D.** 15%

Zadanie 5. (0–1)

Suma liczb $0,3(7)$ i $0,(7)$ zapisana w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego to:

A. $\frac{52}{45}$ **B.** $\frac{115555}{100000}$ **C.** $\frac{29}{25}$ **D.** $\frac{23}{20}$

Zadanie 6. (0–1)

Funkcja f przyporządkowuje każdej liczbie naturalnej większej od 1 jej największy dzielnik będący liczbą pierwszą. Który zapis jest fałszywy?

A. $f(22) > f(28)$ **B.** $f(21) = f(28)$
C. $f(25) < 10$ **D.** $f(28) > 9$

Zadanie 7. (0–1)

Osią symetrii wykresu funkcji kwadratowej $f(x) = \frac{1}{7}(x-5)(x+9)$ jest prosta o równaniu:

A. $x=5$ **B.** $x=-9$ **C.** $x=-2$ **D.** $y=-7$

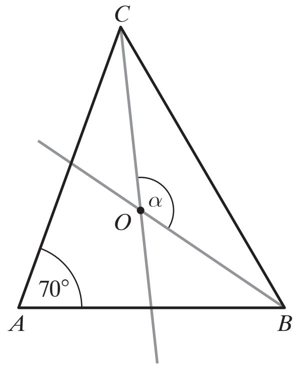
BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 8. (0–1)

Funkcja liniowa $f(x)=(m^2-3)x+2$ jest rosnąca wtedy, gdy:

A. $m\in\left(-\sqrt{3},\ \sqrt{3}\right)$
B. $m\in\left(-\infty,\ -\sqrt{3}\right)\cup\left(\sqrt{3},\ \infty\right)$
C. $m\in\left\{-\sqrt{3},\ \sqrt{3}\right\}$
D. $m\in\left(\sqrt{3},\ \infty\right)$

Zadanie 9. (0–1)



W trójkącie równoramiennym ABC, w którym $|AC|=|BC|$ poprowadzono dwusieczne kątów ABC i ACB. Dwusieczne te przecięły się w punkcie O (patrz rysunek).
Jeśli $|\measuredangle BAC|=70^\circ$, to miara kąta α jest równa:

A. 140°
B. 110°
C. 55°
D. 125°

Zadanie 10. (0–1)

Pole trapezu, jest równe 20 cm^2, a odcinek łączący środki ramion trapezu ma długość 4 cm. Wysokości tego trapezu jest równa:

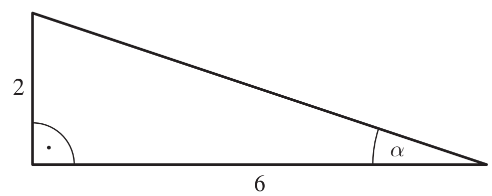
A. 5 cm **B.** 10 cm **C.** 2,5 cm **D.** 7,5 cm

Zadanie 11. (0–1)

Rozwiązaniem równania $(2x-5)(3x+2)=(3x+2)(x+5)$ są liczby:

A. $-\frac{2}{3}$ i 10 **B.** -5 i 2,5 **C.** $-5,\ -\frac{2}{3}$ i 2,5 **D.** -5 i 10

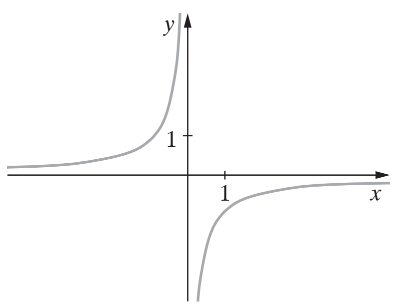
Zadanie 12. (0–1)



W trójkącie przedstawionym na rysunku sinus kąta ostrego α jest równy:

A. $\frac{1}{3}$ **B.** 3
C. $\sqrt{10}$ **D.** $\frac{\sqrt{10}}{10}$

Zadanie 13. (0–1)



Funkcja, której wykres przedstawiono na rysunku jest rosnąca:

A. tylko w przedziale $(-\infty,\ 0)$
B. tylko w przedziale $(0,\ +\infty)$
C. w $R-\{0\}$
D. w każdym z przedziałów $(-\infty,\ 0)$ i $(0,\ +\infty)$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 14. (0–1)

Szósty wyraz ciągu arytmetycznego (a_n) jest równy zero. Suma jedenastu wyrazów tego ciągu ma wartość:

A. 0 **B.** 5 **C.** 11 **D.** -11

Zadanie 15. (0–1)

W ciągu geometrycznym, który ma sześć wyrazów, dane są $a_3 = \frac{1}{2}$ i $a_6 = \frac{1}{16}$. Zatem:

A. $a_2 = \frac{1}{4}$ **B.** $a_2 = \frac{1}{8}$ **C.** $a_2 = 1$ **D.** $a_2 = 2$

Zadanie 16. (0–1)

Sześciu robotników wykonało pewną pracę w ciągu 6 godzin i 20 minut. Ośmiu robotników pracujących z taką samą wydajnością wykona tę samą pracę w ciągu:

A. 8 godzin i 26 minut
B. 4 godzin i 45 minut
C. 4 godzin i 20 minut
D. 4 godzin i 40 minut

Zadanie 17. (0–1)

Stosunek obwodów dwóch sześciokątów foremnych wynosi $\frac{3}{4}$, a długość boku większego z nich jest równa 12 cm. Mniejszy sześciokąt foremny ma bok długości:

A. 27 cm **B.** 48 cm **C.** 16 cm **D.** 9 cm

Zadanie 18. (0–1)

Funkcję $f(x)$ przesunięto wzdłuż osi układu współrzędnych, otrzymując funkcję o wzorze $g(x) = f(x+4)$. Wobec tego funkcję $f(x)$ przesunięto o:

A. 4 jednostki w prawo
B. 4 jednostki w górę
C. 4 jednostki w lewo
D. 4 jednostki w dół

Zadanie 19. (0–1)

Równanie $\frac{x^2 - 9}{x - 3} = 0$:

A. nie ma rozwiązań
B. ma dokładnie jedno rozwiązanie
C. ma dokładnie dwa rozwiązania
D. ma dokładnie trzy rozwiązania

Zadanie 20. (0–1)

Bok trójkąta równobocznego ma długość 8 cm. Odległość środka ciężkości tego trójkąta od jego boków jest równa:

A. $2\frac{2}{3}$ cm **B.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm **C.** $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ cm **D.** $4\sqrt{3}$ cm

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 21. (0–1)

Mediana uporządkowanego zestawu danych: 4, 6, a, b, 8, 9 wynosi 7,5. Brakującymi wartościami a i b mogą być:

A. $a = 6, b = 6$
B. $a = 6, b = 7$
C. $a = 6, b = 8$
D. $a = 7, b = 8$

Zadanie 22. (0–1)

Przekątna sześcianu ma długość 6 cm. Objętość tego sześcianu jest równa:

A. $24\sqrt{3}$ cm^3
B. 24 cm^3
C. $72\sqrt{3}$ cm^3
D. 72 cm^3

Zadanie 23. (0–1)

Kąt rozwarcia stożka jest równy 30°, a tworząca tego stożka ma długość 8 cm. Pole przekroju osiowego tego stożka wynosi:

A. 64 cm^2
B. 32 cm^2
C. 16 cm^2
D. $16\sqrt{3}$ cm^2

Zadanie 24. (0–1)

Trzycyfrowy kod aktywacyjny bramy wejściowej ma następującą postać: litera, cyfra, litera. Litera jest wybierana spośród 24 liter alfabetu i może się w kodzie powtarzać, a cyfra jest dowolna. Ile różnych kodów można w ten sposób utworzyć?

A. 58
B. 480
C. 5760
D. 586

Zadanie 25. (0–1)

Rzucono 10 razy standardową sześcienną kostką do gry. Średnia arytmetyczna liczb oczek uzyskanych w pierwszych 6 rzutach była równa 3,5, a średnia arytmetyczna liczb oczek uzyskanych w kolejnych 4 rzutach to 4,5. Średnia arytmetyczna liczb oczek w 10 rzutach wynosi:

A. 4,1
B. 4,0
C. 3,9
D. 3,8

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań 26.–34. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 26. (0–2)

Rozwiąż nierówność $2^{13} \cdot x - 3 \cdot 4^6 < 8^4 (3x - 5)$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 27. (0–2)

Na trójkącie o bokach długości $\sqrt{5}$, $\sqrt{15}$, $\sqrt{10}$ opisano okrąg. Oblicz długość promienia tego okręgu.

Odpowiedź: ....

Zadanie 28. (0–2)

Sprawdź, czy punkty $A(-2,\ 3)$, $B(2,\ 5)$, $C\left(2\sqrt{2},\ 4+\sqrt{2}\right)$ są współliniowe.

Odpowiedź: ....

Zadanie 29. (0–2)

Uzasadnij, że równanie $x^2+(a-1)x-a=0$ dla dowolnej liczby rzeczywistej a ma przynajmniej jedno rozwiązanie.

Zadanie 30. (0–2)

Suma długości boku kwadratu i jego przekątnej jest równa 1. Oblicz długość przekątnej tego kwadratu. Wynik zapisz w postaci $a + b\sqrt{c}$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 31. (0–2)

Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że liczba oczek w drugim rzucie jest o dwa większa od liczby oczek w pierwszym rzucie.

Odpowiedź: ....

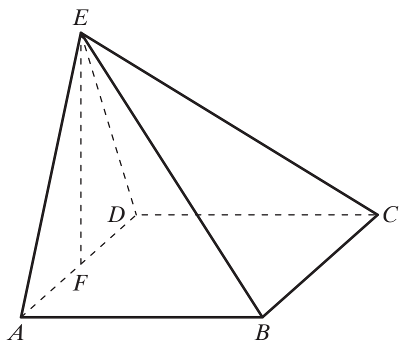
Zadanie 32. (0–4)

Trzy liczby tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy $r = -4$. Jeśli pierwszą i drugą liczbę powiększymy o 3, a trzecią powiększymy o 4, to otrzymamy trzy kolejne wyrazy ciągu geometrycznego. Oblicz liczby tworzące ciąg arytmetyczny i ciąg geometryczny.

Odpowiedź: ....

Zadanie 33. (0–5)

Podstawą ostrosłupa $ABCDE$ jest kwadrat, a spodek F wysokości EF ostrosłupa jest środkiem krawędzi AD (patrz rysunek). Ponadto wiadomo, że każda z dwóch dłuższych krawędzi bocznych tego ostrosłupa ma długość $12\sqrt{5}$ cm i jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60°. Oblicz objętość tego ostrosłupa.



Odpowiedź: ....

Zadanie 34. (0–4)

W gospodarstwie ogrodniczym zapakowano 480 róż do pewnej liczby kartonów. Gdyby jednak do każdego kartonu włożono o 3 róże mniej, to do zapakowania tej samej ilości róż należałoby użyć o 8 kartonów więcej. Do ilu kartonów zapakowano pierwotnie róże i ile róż było w każdym kartonie?

Odpowiedź: ....

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ISBN 978-83-7879-924-5