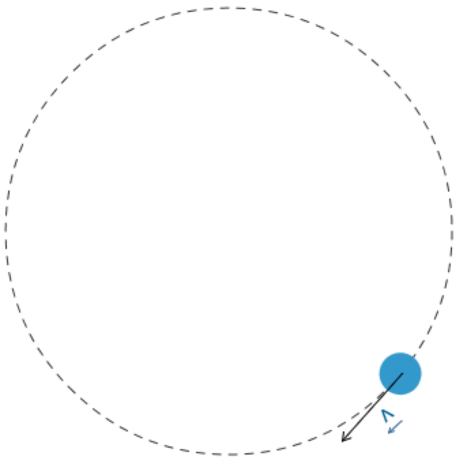
# Ruch jednostajny po okręgu

Ruch jednostajny po okręgu to szczególny przypadek ruchu krzywoliniowego. Cechy tego ruchu:

- torem ruchu jest okrąg,
- wartość prędkości w czasie nie zmienia się,
- w każdym punkcie toru ruchu wektor prędkości jest styczny do okręgu, po którym porusza się ciało fizyczne.

Poniższa animacja ilustruje przykład ruchu jednostajnego po okręgu.



## Szybkość kątowa, prędkość kątowa

Podczas ruchu po okręgu promień wodzący (łączący środek okręgu z ciałem) zatacza pewien kąt α (alfa). Iloraz tego kąta i czasu, w jakim ten kąt został zakreślony, nazywamy **szybkością kątową** i oznaczamy grecką literą ω (omega).

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$$

**Jednostką szybkości kątowej jest: radian/s.** Z uwagi na to, że radian jest jednostką bezwymiarową, czasem używa się jednostki 1/s, jednakże nie jest ona jednoznaczna z Hz.

Gdy ciało wykona pełny obieg, wówczas łatwo policzyć szybkość (liniową) ciała:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f$$

gdzie:

- T - okres ruchu,
- v - szybkość,
- r - promień okręgu, po którym porusza się ciało,
- f - częstotliwość,
- 2πr - obwód okręgu.

Podczas pełnego obiegu szybkość kątową możemy wyrazić wzorem:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Jeśli porównamy powyższy wzór ze wzorem na szybkość liniową, to otrzymamy prostą zależność między tymi wielkościami:

$$v = \omega r$$

## Przyspieszenie dośrodkowe

Zauważ, że wprawdze wartość prędkości w ruchu jednostajnym po okręgu nie zmienia się, to stale zmienia się kierunek prędkości. W związku z tym mamy zmianę prędkości w czasie, a co za tym idzie - przyspieszenie nie jest zerowe.

**Ciało poruszające się po okręgu doznaje przyspieszenia dośrodkowego** $\overrightarrow{a_r}$, którego wartość obliczymy ze wzoru:

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

Przyspieszenie to skierowane jest zawsze do środka okręgu, po którym porusza się ciało, stąd jego nazwa.

Przyspieszenie dośrodkowe można wyrazić także w następujący sposób:

$$a_r = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = 4\pi^2 f^2 r$$

# Ruch planet dookoła Słońca

## Ruchy planet

W Układzie słonecznym wyróżniamy dwa rodzaje ruchów planet:
- ruch obrotowy, wirowy (wokół własnej osi)
- ruch obiegowy (wokół Słońca)

**Ruch obrotowy** jest to obrót planety wokół własnej osi. Dla Ziemi trwa on 23h 56min 04sek. Na każdej z planet okres obrotu jest inny. Na Marsie trwa ona tylko 41 minut dłużej niż na Ziemi. Wenus natomiast, pełen obrót wokół własnej osi wykonuje w 243 dni.

**Ruch obrotowy** naszej planety niesie za sobą następujące konsekwencje:
- pozorna wędrówka Słońca ze wschodu na zachód
- istnienie dnia i nocy
- spłaszczenie Ziemi na biegunach
- siła Coriolisa - odchylenie kierunku poruszania się ciał (w prawo na półkuli północnej i w lewo na półkuli południowej)
- strefy stałych wiatrów
- wirowanie mas powietrza wokół niżów i wyżów barycznych (cyklony i antycyklony)
- odchylanie spadku swobodnego ciał

**Ruch obiegowy** jest to ruch planet wokół Słońca po orbicie o kształcie elipsy w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara. Ruch ten spowodowany jest przyciąganiem grawitacyjnym Słońca. Spełnia ono funkcję siły dośrodkowej w ruchu orbitalnym planet. W pułapce tego pola grawitacyjnego znajdują się wszystkie elementy Układu Słonecznego, a więc planety i ich księżyce, komety, planetoidy oraz pozostała materia międzyplanetarna.

Orbity planet w Układzie Słonecznym mają różne wielkości i znajdują się na jednej płaszczyźnie. Wyjątkiem był Pluton, który niedawno został przez naukowców wykluczony z grona planet. Płaszczyzna jego orbity jest odchylona o 17° w stosunku do pozostałych.

Konsekwencje **ruchu obrotowego** Ziemi:
- zmiany długości dnia i nocy
- występowanie pór roku
- występowanie stref klimatycznych
- zjawisko dnia polarnego i nocy polarnej

# Prawa Keplera

Johannes Kepler na podstawie bogatego materiału obserwacyjnego, pochodzącego od różnych astronomów stwierdził, że ruch planet stosuje się do trzech prostych praw. Prawa te wzmocniły heliocentryczną teorię Kopernika, że planety krążą wokół Słońca, a nie wokół Ziemi. Wnioski, które wysnuł Kepler zyskały uzasadnienie teoretyczne dzięki pracom Newtona, który to matematycznie wyprowadził trzy prawa Keplera.

**I prawo Keplera**

Każda planeta krąży po orbicie eliptycznej, ze Słońcem w jednym z ognisk tej elipsy.

Elipsę w astronomii opisuję się najczęściej podając jej wielką półoś $a$ oraz mimośród $e$, który określa jej stopień spłaszczenia. Mimośród elipsy $e$ jest równy stosunkowi długość odcinka $c$ między środkiem, a jednym z ognisk do długości wielkiej półosi:

$$e = \frac{c}{a}$$

Wyjaśnienie symboli:

$e$ - mimośród elipsy

$a$ - wielka półoś elipsy

$c$ - odcinek między środkiem a jednym z ognisk elipsy

Powyższe prawo dotyczy nie tylko planet poruszających się wokół Słońca lecz wszystkich obiektów (np. satelitów) poruszających się wokół dowolnego masywnego ciała niebieskiego.

**II prawo Keplera (prawo równych pól)**

Linia (promień wodzący) łącząca Słońce i planetę zakreśla równe pola powierzchni $\Delta S$, w równych odstępach czasu.

II prawo Keplera jest równoważne zasadzie zachowania momentu pędu. Można wykazać, że szybkość zmiany pola powierzchni $\Delta S$, zakreślanego przez promień wodzący łączącą planetę ze Słońcem wynosi:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \omega$$

Wyjaśnienie symboli:

$S$ - pole powierzchni zakreślane przez promień wodzący

$t$ - czas zakreślania pola powierzchni

$r$ - odległość (promień wodzący) Słońca od planet

$\omega$ - prędkość kątowa obrotu linii łączącej Słońce z planetą

**III prawo Keplera**

Sześciany półosi wielkich orbit jakichkolwiek dwóch planet mają się tak do siebie jak kwadraty ich okresów obiegu.

Dla orbit kołowych można zapisać wzór:

$$\frac{R_1^3}{R_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2}$$

Wyjaśnienie symboli:

$R_1, R_2$ - półosie wielkie planet (połowa najdłuższej cięciwy elipsy)

$T_1, T_2$ - okresy obiegu dwóch planet

W rzeczywistości wszystkie planety (z wyjątkiem Plutona) mają orbity prawie kołowe. Z prawa tego wynika, że im większa jest orbita, tym dłuższy jest jej okres obiegu.

# Grawitacja

## *Część I*

## Prawo powszechnego ciążenia

Kiedy dokonywaliśmy wprowadzenia do zagadnień związanych z oddziaływaniami jedną z wyodrębnionych grup były grawitacyjne oddziaływania na odległość. Oczywiście chodzi tutaj o to, że ciała działają na siebie siłami i nie muszą być koniecznie w kontakcie. Zgodnie z III zasadą dynamiki Newtona wiemy, że te oddziaływania są wzajemne. Warto zajrzeć do niej i dokładnie przeczytać jaką niesie treść bo będzie miała związek z tym o czym mówimy tutaj.

Zgodnie z tematem rzecz będzie o *prawie powszechnego ciążenia* (kto wie, może rodowód słowa ciąża jest jakoś z tym prawem powiązany :).

Przede wszystkim już na wstępie przyjmijmy, że *prawo powszechnego ciążenia dotyczy każdego ciała które posiada masę*.

Jakie jest w takim razie jego brzmienie?

### *Prawo powszechnego ciążenia*

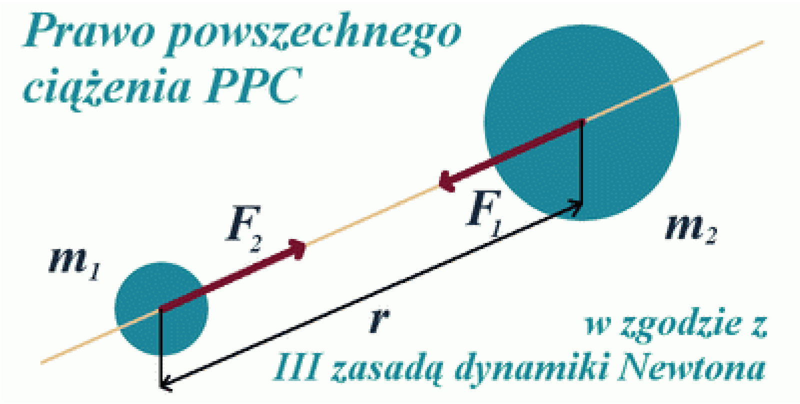
Każde dwa ciała obdarzone masą działają na siebie siłami wzajemnego oddziaływania zgodnie z III zasadą dynamiki Newtona. Dwa ciała kuliste przyciągają się siłami wprost proporcjonalnymi do iloczynu posiadanych mas i odwrotnie proporcjonalnymi do kwadratu odległości między ich środkami.

*Określenie „kuliste” ułatwia sprawę bo ze względu na symetryczność tej bryły pozwala umocować siłę dokładnie w środku.*

W postaci matematycznej prawo to sprowadza się do bardzo krótkiej postaci na wartość tej siły:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

W interpretacji tego prawa przydatny będzie poniższy rysunek:




Wyjaśnijmy co oznaczają wielkości fizyczne użyte we wzorze:

- $F$ , jest to wartość jaką posiadają siły $\vec{F}_1$ i $\vec{F}_2$ na naszym rysunku; czyli siły wzajemnego oddziaływania.
- $m_1 \cdot m_2$ , jest to iloczyn mas które posiadają nasze ciała.
- $r^2$ , jest to odległość między środkami mas podniesiona do drugiej potęgi.
- $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \left[ \frac{Nm^2}{kg^2} \right]$, gdzie wielkość ta jest uniwersalną stałą grawitacji.

Zauważmy jeszcze, że zgodnie z III zasadą dynamiki wektory sił są przymocowane każdy do innego ciała, mają taki sam kierunek i wartość ale przeciwne zwroty. Najprościej to wyrazić poprzez zapis:

$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ , co znaczy że $F_1 = F_2$ .

## Skąd przyspieszenie grawitacyjne?

Odpowiedź na to pytanie wcale nie musi być skomplikowana. Właściwie z pozycji osoby, która zdążyła zapoznać się z *zasadami dynamiki Newtona* a także wie jaką treść niesie w sobie *prawo powszechnego ciążenia* nie powinno tu już być żadnej niewiadomej.

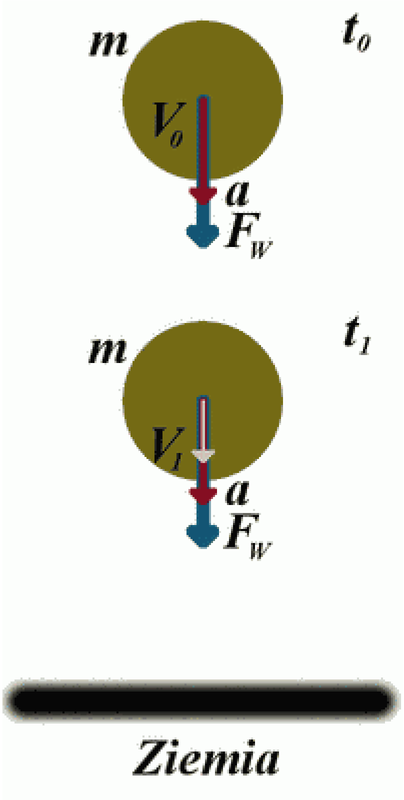
Poniżej postaramy się przeprowadzić tok rozumowania, który nas doprowadzi do odpowiedzi.

Urok, wielki potencjał a zarazem trudność w posługiwaniu się myśleniem fizycznym polega na tym, że do opisu rzeczywistości często oprócz słów wykorzystujemy obraz, schematyczne przedstawienie sytuacji oraz posługujemy się równaniami matematycznymi. Za chwilę pokarzemy, że można fizykę pojąć.

Jeżeli mówimy o *przyspieszeniu* to oczywiście mamy na myśli jakieś poruszające się ciało. Każde ciało posiada swoją *masę* a kiedy porusza się z *przyspieszeniem* to jego *prędkość* ulega zmianie (zmniejsza się, zwiększa się lub zmienia kierunek).

My mówimy dzisiaj o *przyspieszeniu grawitacyjnym* czyli takim jakie posiada ciało spadające z niewielkiej odległości na Ziemię. Przecież upuszczony kamień najpierw *nie posiada prędkości* a w trakcie spadania *ma ją coraz większą*, czyli porusza się z *przyspieszeniem*.

*Skąd zatem to przyspieszenie?*




Przyjrzyjmy się poniższemu rysunkowi. Widzimy na nim spadające ciało o określonej masie $m$ uchwycone w kolejnych po sobie następujących chwilach $t_0$ i $t_1$.

Dla nas nie ulega wątpliwości, że masa kuli podczas lotu jest stała (nie ulega zmianie). Z rysunku wynika, że na ciało działa w każdej chwili siła wypadkowa $\vec{F}_w$. Zgodnie z *II zasadą dynamiki* ciało o masie $m$ poddane działaniu siły wypadkowej musi się poruszać z przyspieszeniem $\vec{a}$. Przyspieszenie to, jak zresztą pokazano na rysunku, ma taki sam kierunek i zwrot co siła wypadkowa. Na fakt poruszania się ruchem jednostajnie zmiennym wskazuje również pojawienie się wektora prędkości $\vec{V}_1$ który na początku ruchu miał wartość zero $\vec{V}_0=0$.

Jest teraz jasne: ciało o masie $m$ pod wpływem siły wypadkowej $\vec{F}_w$ porusza się z przyspieszeniem $\vec{a}$.

W takim razie skąd ta siła wypadkowa?

Zauważmy, że wszystko dzieje się tuż nad powierzchnią Ziemi. Czyli pod spadającą kulą znajduje się kula ziemska. Mamy tutaj sytuację gdzie w bliskim sąsiedztwie znajdują się dwa ciała o określonych masach. I niech nas teraz rysunek nie zwiedzie, chodzi o masy spadających kuli i Ziemi (nie o masy kuli w kolejnych chwilach spadania).

Powoli rzecz zaczyna się wyjaśniać. Zgodnie z *prawem powszechnego ciążenia* takie masy będą na siebie wzajemnie działały siłą, której wartość możemy wyliczyć ze wspomnianego prawa:

$$F_c = G\frac{Mm}{r^2}$$

Taką wartość ma siła wypadkowa którą teraz możemy wyprowadzić z *II zasady dynamiki Newtona* przedstawionej poniżej:

$$a = \frac{F_w}{m}$$

Mnożąc obie strony równania przez masę $m$ i zamieniając stronami otrzymujemy:

$$F_w = ma$$

W omawianym przez nas przypadku wartość siły wypadkowej jest równa wartości siły ciężkości:

$$F_w = F_c$$

Ponieważ na podstawie naszego rozumowania przyrównaliśmy wartość siły ciężkości do siły wypadkowej działającej w pobliżu Ziemi na nasze ciało, możemy teraz porównać prawe strony odpowiednich równań (poszukaj wyżej, z których równań korzystamy) co zapiszemy jako:

$$ma = G\frac{mM}{r^2}$$

Widzimy, że po obu stronach równania widnieje masa naszego ciała $m$. Możemy się jej pozbyć dzieląc obie strony równania przez $m$:

$$a = G\frac{M}{r^2}$$

Otrzymane przez nas równanie pozwala wyliczyć z jakim przyspieszeniem będzie spadać ciało upuszczone z niewielkiej odległości od powierzchni Ziemi.

Z równania tego wynika, że nie ma znaczenia jaką masę posiada spadające ciało (przed chwilą usunęliśmy tą masę z równania poprzez obustronne dzielenie). Znaczy to tyle, że każde ciało o jakiejkolwiek masie będzie w pobliżu Ziemi spadać z TYM SAMYM PRZYSPIESZENIEM.

W prawie powszechnego ciążenia a także w ostatnim otrzymanym wzorze:

- $G = 6.67 \cdot 10^{-11}\left[\frac{Nm^2}{kg^2}\right]$, jest stałą powszechnego ciążenia;
- $m[kg]$, jest masą naszej kuli (w ostatnim wzorze już nie istnieje);
- $M = 5{,}97 \cdot 10^{24}[kg]$, jest masą kuli ziemskiej;
- $r = 6{,}37 \cdot 10^6[m]$, jest promieniem Ziemi (przyjęliśmy średni równikowy). Ponieważ wszystko dzieje się tuż nad powierzchnią naszej planety za odległość między środkami rozpatrywanych ciał przyjmujemy po prostu średni jej promień gdyż kilka metrów różnicy nad jej powierzchnią jest po prostu do pominięcia. Gdybyśmy byli bardziej ściśli powinniśmy do promienia Ziemi dodać wysokość na której znajduje się środek kuli i taką wartość przyjąć za naszą odległość między środkami kul.

Teraz mając wszystkie potrzebne dane oraz wyprowadzony wzór możemy obliczyć jaka jest wartość liczbowa naszego przyspieszenia. Pewno wielu z was już się domyśla, ale przeliczmy:

Krok 1: Wzór wyjściowy:

$$a = G\frac{M}{r^2}$$

Krok 2: Po podstawieniu odpowiednich danych:

$$a = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot \frac{5{,}97 \cdot 10^{24} \cdot kg}{\left(6{,}37 \cdot 10^{6} \cdot m\right)^2}$$

Krok 3: Po rozpisaniu i uporządkowaniu jednostek:

$$a = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5{,}97 \cdot 10^{24}}{40{,}58 \cdot 10^{12}} \cdot \frac{kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m^2}{kg^2} \cdot \frac{kg}{m^2}$$

Krok 4: Po dokonaniu działań na potęgach liczby 10 i uproszczeniu jednostek:

$$a = 6{,}67 \cdot \frac{5{,}97 \cdot 10^{1}}{40{,}58} \cdot \frac{m}{s^2}$$

Krok 5: Po wymnożeniu i zaokrągleniu do dwóch miejsc po przecinku:

$$a = 9{,}81 \cdot \frac{m}{s^2}$$

Wartość przyspieszenia jaką uzyskaliśmy dla naszej kuli odpowiada ziemskiemu przyspieszeniu grawitacyjnemu, które dla rozróżnienia od każdego innego oznaczamy małą literką $g$.

WNIOSEK:

Na każde ciało w małej odległości od powierzchni Ziemi działa siła, którą możemy wyliczyć z **prawa powszechnego ciążenia**, a ta siła zgodnie z **II zasadą dynamiki Newtona** nadaje ciału przyspieszenie grawitacyjne o wartości:

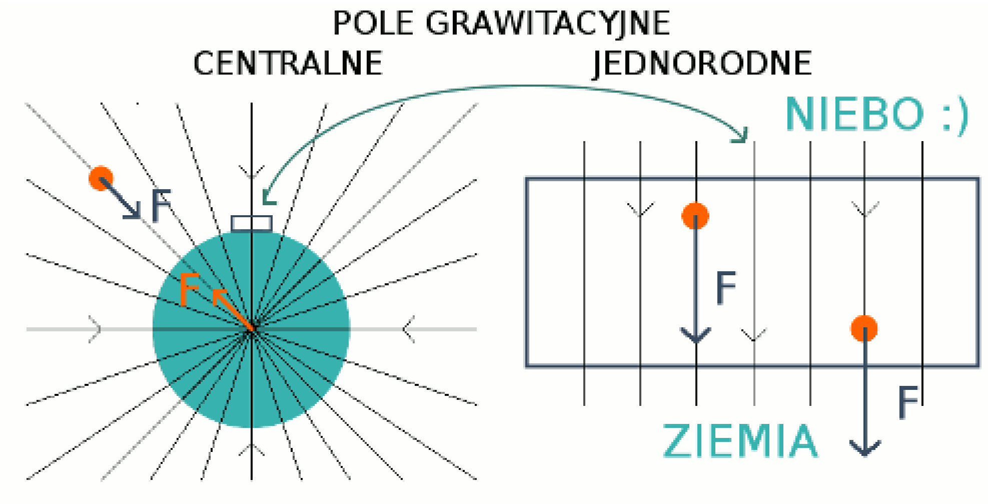
$$g = a = 9{,}81 \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right]$$

Nasze obliczenia przeprowadziliśmy dla odległości $r = 6{,}37 \cdot 10^6 [m]$ . Jeśli ciało by znajdowało się 1000 [m] dalej po przeprowadzeniu analogicznych obliczeń nadal byśmy uzyskali taki sam wynik po zaokrągleniu do dwóch miejsc po przecinku. Dlatego wcześniej powiedzieliśmy że kilka metrów różnicy nad powierzchnią Ziemi jest po prostu do pominięcia.

## Czym jest I prędkość kosmiczna?

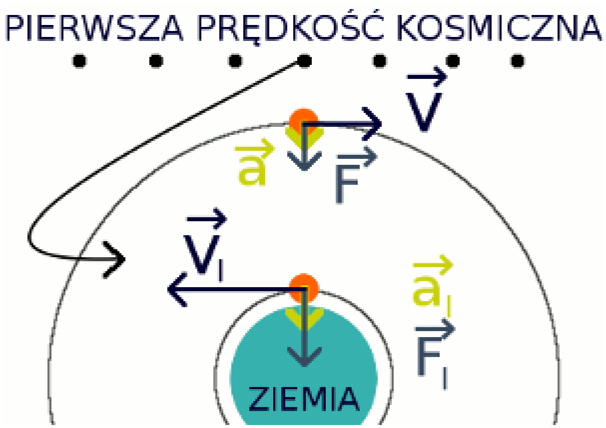
### *Ruch po okręgu w centralnym polu grawitacyjnym*

Zastanówmy się chwilę jaka jest różnica między jednorodnym a centralnym polem grawitacyjnym. Pomocny może okazać się poniższy rysunek.




1. Centralne pole grawitacyjne jest rozłożone wokół pewnego centrum. W naszym przykładzie jest to kula ziemska. Widzimy, że gęstość linii imitujących to pole jest duża blisko centrum, maleje wraz z oddalaniem się od niego. Jeśli w takim polu znajdzie się inne ciało masywne (na przykład satelita) to siły wzajemnego oddziaływania będą działać wzdłuż tych linii. Im ciało znajduje się wyżej tym słabiej odczuwa działanie sił. Wartość siły wzajemnego oddziaływania obliczamy z prawa powszechnego ciążenia: $F = G\frac{Mm}{r^2}$.
2. Jednorodne pole grawitacyjne. W każdym punkcie przestrzeni ma taką samą wartość, linie pola równoległe do siebie. Takie cechy ma w niewielkiej odległości od powierzchni Ziemi jej pole grawitacyjne. W każdym jego miejscu siła wzajemnego oddziaływania między Ziemią a ciałem może być obliczona z prostego wzoru $F = mg$.

Jak w takim razie opisać ruch po orbicie w centralnym polu grawitacyjnym?
Z jakich narzędzi powinniśmy skorzystać?




1. Jeśli ruch po okręgu (zakładamy, że ze stałą szybkością) to nieustannie ulega w nim zmianie kierunek i zwrot prędkości. W takim razie mamy zmianę prędkości $\Delta \vec{V}$ czyli ruch z przyspieszeniem dośrodkowym (radialnym) $\vec{a}_r$ .
2. Wartość **[przyspieszenia dośrodkowego]** obliczamy ze wzoru $a_r = \frac{V^2}{r}$ .
3. Jeśli ciało porusza się z przyspieszeniem to musi działać na niego siła. Związek między masą ciała, jego przyspieszeniem (w tym przypadku dośrodkowym) oraz wpływającą na nie siłą znajdziemy korzystając z **II zasady dynamiki Newtona**: $a_r = \frac{F}{m}$ .
4. Jeśli ciało zakręca (porusza się po orbicie kołowej) wokół naszej planety, wartość siły zmieniającej kierunek i zwrot prędkości możemy wyznaczyć z **prawa powszechnego ciążenia** (ruch w centralnym polu grawitacyjnym) $F = G\frac{Mm}{r^2}$ .

Połączmy teraz ze sobą trzy ostatnie wzory. Zobaczmy, co się dzieje. Jeśli porównamy ze sobą wzór na przyspieszenie dośrodkowe z drugą zasadą dynamiki otrzymamy zależność:

$$\frac{F}{m} = \frac{V^2}{r}$$

Po wymnożeniu obu stron przez masę ciała (satelity) $m$ otrzymujemy równanie na wartość siły dośrodkowej.

$$F=\frac{mV^2}{r}$$

Popatrzmy na ten wzór. Mamy ciało (satelitę) o masie $m$ i chcemy by utrzymywało się w odległości $r$ od Ziemi. Ale w określonej odległości działa na nie stała siła więc i jego prędkość musi być określona. Będzie większa – ucieknie, będzie mniejsza – spadnie.

Jeśli chcemy obliczyć jaką prędkość powinno mieć ciało (satelita) w danej odległości od centrum Ziemi musimy wiedzieć o jakiej wartości siła będzie na nie działać. I tu z pomocą przychodzi prawo powszechnego ciążenia. Porównajmy to prawo z wzorem na siłę dośrodkową:

$$\frac{mV^2}{r}=G\frac{Mm}{r^2}$$

Uprościmy to równanie w taki sposób, że obie jego strony pomnożymy przez odległość od środka Ziemi $r$ oraz podzielimy przez masę ciała (satelity) $m$. Otrzymamy wówczas zależność:

$$V^2=\frac{GM}{r}$$

Po obustronnym spierwiastkowaniu nasze równanie sprowadza się do postaci:

$$V=\sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Mamy wreszcie to, czego poszukiwaliśmy. Żeby wiedzieć jaką musimy nadać ciału (satelicie) prędkość w kierunku poziomym, tak by pozostało na orbicie, nie uciekło i nie spadło, musimy znać odległość od środka Ziemi $r$ na jakiej chcemy by pozostało, dodatkowo wartość stałej powszechnego ciążenia $G$ i masę Ziemi $M$.

Zwróćmy uwagę, że wielkości $G$ i $M$ są stałe. Jeśli będziemy chcieli by satelita poruszał się na orbicie bardziej oddalonej od centru Ziemi to na tej orbicie musimy mu nadać mniejszą prędkość :)

## *Pierwsza prędkość kosmiczna*

Mając gotowy wzór już nic nie stoi na przeszkodzie by wyliczyć jej wartość. Pierwszą prędkość kosmiczną wyliczmy dla ciała (satelity) które ma utrzymywać się na orbicie niedaleko od powierzchni Ziemi czyli w odległości równej średniemu promieniowi ziemskiemu. Wyliczmy ile wynosi wartość tej prędkości:

| **DANE:** | **SZUKANE:** | **WZORY:** |
|---|---|---|
| $R_Z = 6{,}37 \cdot 10^6\,[\mathrm{m}]$ | $V_I = ?$ | $V_I = \sqrt{\frac{GM_Z}{R_Z}}$ |
| $M_Z = 5{,}97 \cdot 10^{24}\,[\mathrm{kg}]$ | | |
| $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\left[\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}\right]$ | | |

**ROZWIĄZANIE:**

$$V_I = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\left[\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}\right] \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}[\mathrm{kg}]}{6{,}37 \cdot 10^{6}[\mathrm{m}]}}$$

$$V_I = \sqrt{62{,}5 \cdot 10^{6}\left[\frac{\mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\mathrm{m}}{\mathrm{kg}}\right]}$$

$$V_I = \sqrt{62{,}5 \cdot 10^{6}\left[\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}\right]}$$

$$V_I \approx 7{,}9 \cdot 10^{3}\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right] = 7{,}9\left[\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}\right]$$

Otrzymana wartość pierwszej prędkości kosmicznej wynosi $V_I \approx 7{,}9 \cdot 10^{3}\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$. Jest to wartość przybliżona. Podczas obliczeń nie braliśmy pod uwagę oporów ruchu pojawiających się w atmosferze ziemskiej. W rzeczywistości satelitę powinniśmy umieścić ponad atmosferą w większej odległości od środka Ziemi $r = R_z + h$ .